La asíntota horizontal es __________
El rango de la función H es: Rango = _________________

A veces no es tan fácil determinar el rango de una función pero puedes dar una aproximación de acuerdo a la gráfica.

Ejercicios) Traza un bosquejo de las siguientes funciones y analízalas, escribe todas tus observaciones.

1) $f(x)=\dfrac{x+3}{x^2-8x+5}$ 2) $g(x)=\dfrac{2x+3}{x^2+5x-24}$ 3) $h(x)=\dfrac{x-2}{x^2-11x+24}$

4) $p(x)=\dfrac{3x-1}{x^2+10x+30}$ 5) $q(x)=\dfrac{5x-8}{2x^2+5x+8}$ 6) $r(x)=\dfrac{x-10}{x^2+4}$

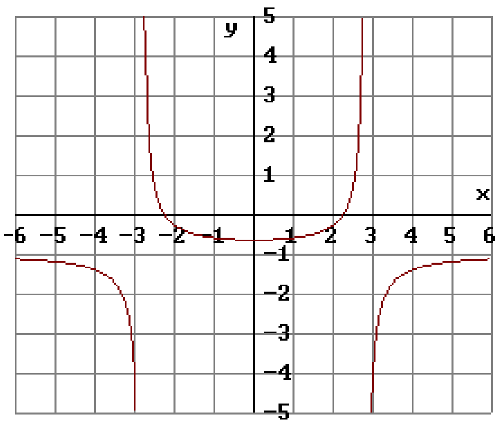
7) $s(x)=\dfrac{4x+3}{x^2+6x+8}$ 8) $t(x)=\dfrac{3x-8}{2x^2-4x-16}$ 9) $u(x)=\dfrac{x+2}{16-x^2}$

Funciones de la forma $f(x)=\dfrac{\textit{funcion cuadratica}}{\textit{funcion cuadratica}}$

Ejemplo 1) Traza la gráfica de la función $f(x)=\dfrac{x^2-5}{8-x^2}$ y analízala.

Solución.-
Primero encontramos las raíces del denominador para así tener el dominio y las asíntotas verticales; $8 - x^2 = 0$, $8 = x^2$, así que $x=\pm\sqrt{8}\approx\pm 2.8284$
El dominio de f es: D = ______________________
Las asíntotas verticales son: _____________ y ____________
Al igualar el numerador a cero tenemos los puntos donde cruza al eje ____, así que cruza al eje x en ___________ y en ___________; cruza al eje y en __________
Se tienen 3 regiones y están dadas por los intervalos: ___________, __________ y ___________. Evalúa en los siguientes puntos y localízalos sobre la gráfica

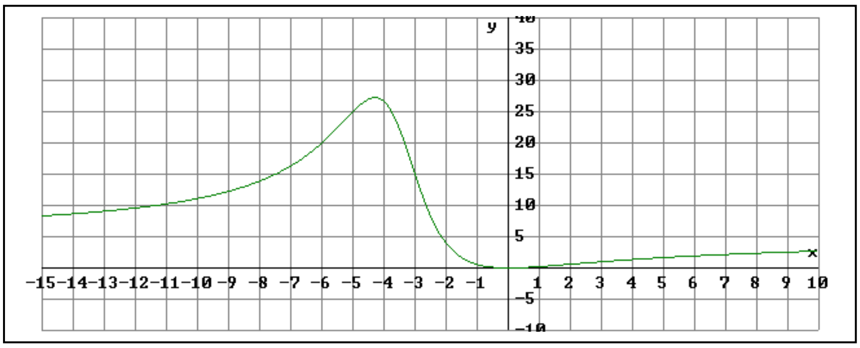
f(-3)=	f(-2.8)=	f(3)=
f(-4)=	f(-2.5)=	f(4)=
f(-5)=	f(-2)=	f(5)=
f(-10)=	f(-1)=	f(10)=
f(-20)=	f(1)=	f(20)=
f(-100)=	f(2)=	f(100)=
	f(2.8)=	



La asíntota horizontal es: ___________________________
El rango es: Rango = ____
Marca las asíntotas verticales y la síntota horizontal sobre la gráfica.

Ejemplo 2) Traza un bosquejo de la gráfica de la función $g(x) = \dfrac{5x^2}{x^2 + 7x + 15}$

Solución.-
Igualamos el denominador a cero, $x^2 + 7x + 15 = 0$ si resuelves esta ecuación te darás cuenta de que no tiene raíces reales, son complejas por lo que el dominio esta formado por ____________________ y no tiene asíntotas _______________
Si igualamos a cero el numerador vemos que x=0 es una raíz doble por lo tanto no debe cruzar el eje x solamente lo toca.
Evalúa en los siguientes puntos y localízalos en la gráfica



g(-1)=	g(1)=
g(-2)=	g(2)=
g(-3)=	g(3)=
g(-4)=	g(4)=
g(-5)=	g(5)=
g(-6)=	g(8)=
g(-8)=	g(10)=
g(-10)=	g(20)=
g(-20)=	g(50)=
g(-50)=	

Cuando nos alejamos hacia la derecha la función toma valores que se acercan a _________ por _________, y cuando nos alejamos hacia la izquierda la función toma valores que se acercan a _________por _________, por lo tanto ___________es una asíntota horizontal, (márcala sobre la gráfica) esta resulta de hacer la división de $5x^2$/_______.

Ejercicios) Traza la gráfica de cada una de las siguientes funciones y analízalas.

1) $f(x) = \dfrac{x^2 - 9}{x^2 - 16}$ 2) $g(x) = \dfrac{x^2 - 13x + 36}{x^2 - 8x + 12}$ 3) $H(x) = \dfrac{x^2 - 8x + 12}{x^2 - 13x + 36}$

4) $J(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 8}$ 5) $K(x) = \dfrac{2x^2 - 6x + 4}{x^2 - 2x - 3}$ 6) $L(x) = \dfrac{x^2 + 9}{x^2 + 16}$

7) $M(x) = \dfrac{x^2 + 16}{x^2 + 9}$ 8) $N(x) = \dfrac{x^2 + 5x + 9}{x^2 + 8x + 12}$ 9) $P(x) = \dfrac{x^2 + 10x + 24}{2x^2}$

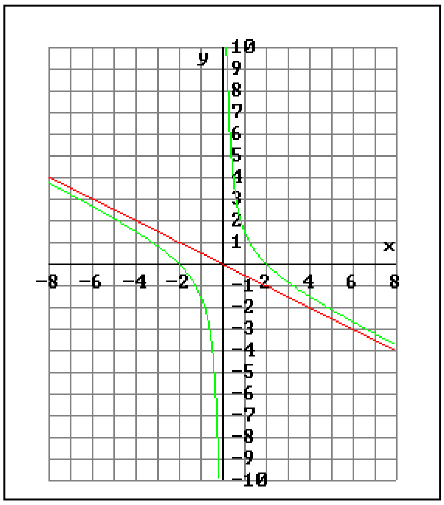
Funciones de la forma $f(x)=\dfrac{\textit{funcion cuadratica}}{\textit{funcion lineal}}$

Ejemplo 1) Traza un bosquejo de la gráfica de la función $F(x)=\dfrac{4-x^2}{2x}$

Solución.-
El dominio de la función es: D = ____________________________
Tiene una asíntota vertical de ecuación: ________________
Al igualar el numerador a cero las raíces son: ____________ y ____________
Cruza al eje x en: _______ y _________, cruza al eje y _________
Evalúa en los siguientes puntos y márcalos sobre la gráfica
Realiza la siguiente división

$$2x\overline{)-x^2+4}$$

F(-0.5)=	F(0.5)=
F(-1)=	F(1)=
F(-2)=	F(2)=
F(-3)=	F(3)=
F(-4)=	F(4)=
F(-5)=	F(5)=
F(-6)=	F(6)=
F(-7)=	F(7)=
F(-8)=	F(8)=



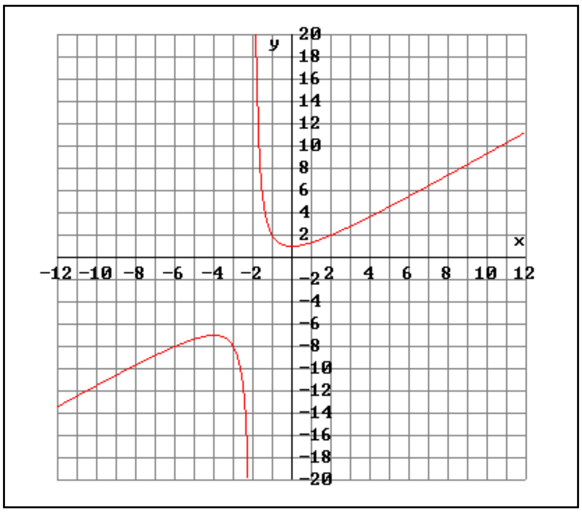
Traza la recta $y=\dfrac{1}{2}x$ sobre la gráfica

Corresponde a la que ya esta trazada _______. Si te das cuenta la curva se pega a esta recta, cuando nos alejamos hacia la derecha se acerca por ____________ y cuando nos alejamos hacia la izquierda la curva se acerca por ____________.
Esta recta es una asíntota oblicua y las vamos a tener cuando tengamos en el numerador una función cuadratica y en el denominador una función lineal.
El rango de la función es: Rango = ________________________

Ejemplo 2) Traza la gráfica de la función $R(x)=\dfrac{x^2+x+2}{x+2}$

Solución.-
El dominio de la función es: D = ______________________
La asíntota vertical es: ____________
Al igualar el numerador a cero se tienen raíces _______________
Cruza al eje x en: ___________________ y al eje y lo cruza en _______________

Evaluamos alrededor de: ________



R(-2.2)=	R(1.8)=
R(-2.5)=	R(1.5)=
R(-3)=	R(2)=
R(-4)=	R(3)=
R(-5)=	R(4)=
R(-8)=	R(6)=
R(-10)=	R(10)=
R(-20)=	R(20)=
R(-50)=	R(50)=

La ecuación de la asíntota oblicua es: _________________, $x+2\overline{\big)x^2+x+2}$

Traza la asíntota vertical y la asíntota oblicua sobre la gráfica.

El rango de la función R es: Rango = ________________________

De acuerdo a la gráfica entre –4 y –3 hay un máximo y entre –1 y 0 hay un mínimo, puedes evaluar y aproximar el intervalo que no está incluido en el rango.

Ejercicios) Traza un bosquejo de la gráfica de cada una de las siguientes funciones y analízalas.

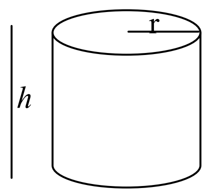
1) $Q(x)=\dfrac{x^2+9}{x-2}$ 2) $R(x)=\dfrac{x^2-4}{x+1}$ 3) $S(x)=\dfrac{x^2-5x-4}{2x-7}$

4) $T(x)=\dfrac{2x^2-7x+9}{2x-5}$ 5) $V(x)=\dfrac{6-x^2}{x}$ 6) $Z(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$

FUNCIONES CON RADICALES

2.4 Situaciones que dan lugar a funciones con radicales.

Ejemplo 1) El volumen de un cilindro circular recto, de altura h y radio r, es 5 cm^3. Despeja a r en términos de h y expresa el área lateral del cilindro en función de h.



Solución.-

- El volumen de un cilindro esta dado por V = _________
- Como tiene de volumen 5 cm^3, sustituimos este valor y tenemos _________________
- Despejamos a r de esta expresión, r = ___________

- El área lateral de un cilindro esta dada por, $A_{Lateral}$ = ______________
- Sustituyendo el valor de r se tiene que $A_{Lateral}$ = _________________
- Todo lo que esta fuera del radical entra en el radical elevándolo al cuadrado

- El área lateral del cilindro de volumen 5 cm^3 es: $A_{Lateral} = \sqrt{20\pi h}$

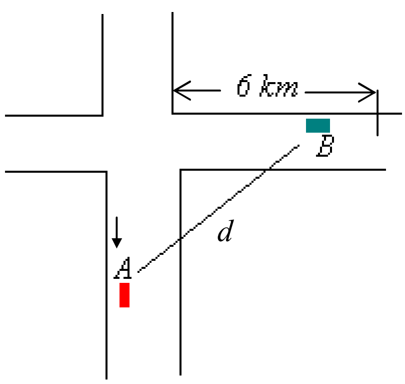
En notación funcional, $A_L(x) = \sqrt{20\pi h}$

Ejemplo 2) Dos calles se interceptan como se muestra en la figura. A las 12:00 p. m. el auto A atraviesa el cruce recto y se dirige hacia el sur con una velocidad constante de 75 km/h. Al mismo tiempo, el auto B está a 6 km del cruce y viaja hacia el occidente con una velocidad constante de 45 km/h; siendo t=0 la representación de las 12:00 p.m., expresa la distancia d entre los dos autos como una función del tiempo ($t \geq 0$).

- Para calcular d utilizamos el _________________________, donde el cateto vertical es la distancia que recorre el auto A y es _____________, el cateto

Solución.-

- La distancia entre los dos autos en t = 0 es: _______________
- Conforme transcurre el tiempo el auto A se ____________ del cruce y como lleva una velocidad constante de__________ recorre una distancia de _____________________;
- El auto B se ____________ al cruce con una velocidad constante de ___________ por lo que recorre una distancia de ______________________.



horizontal es la distancia que le falta recorrer al auto B para llegar al cruce y es _____________________.

- Así que la distancia entre los dos autos es: _________________________.

- Cuando el auto B llega al cruce a que distancia se encuentra el auto A: ___________________

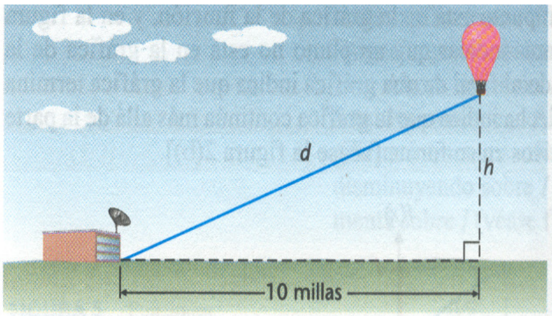
- Cuando el auto B atraviesa el cruce nuevamente se forma un triángulo rectángulo donde el cateto vertical es la distancia recorrida por el auto A y el cateto horizontal es la distancia recorrida por el auto B que sigue siendo _________________.

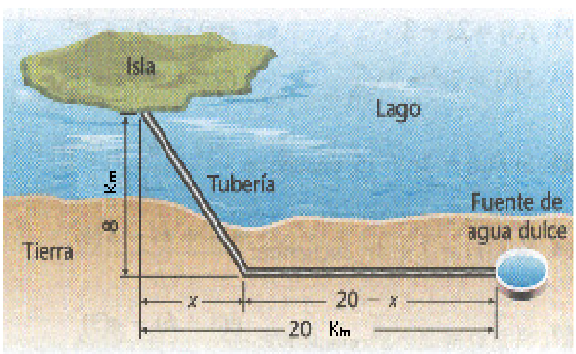
- La distancia entre los dos autos es: $d = \sqrt{(75t)^2 + (6 - 45t)^2}$

  En notación funcional: $d(t) = \sqrt{(75t)^2 + (6 - 45t)^2}$

Ejercicios

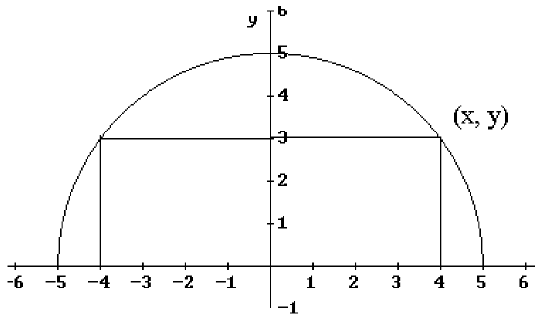
1) Se suelta un globo de observación en un punto a 10 millas de la estación que recibe su señal y se eleva verticalmente como se indica en la figura. Expresa la distancia $d(h)$ entre el globo y la estación de recepción como una función de la altura h del globo.

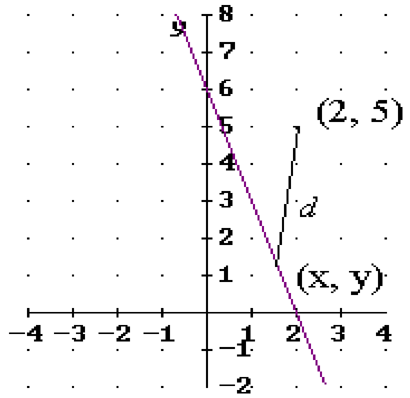




2) Una tubería de agua dulce va desde una fuente en la orilla de un lago a una pequeña comunidad de descanso en una isla a 8 km de la costa, como se indica en la figura. El costo de colocar la tubería en la tierra es de $10 000 por km y el de colocarla en el lago de $15 000 por km. Expresa el costo total $C(x)$ para la construcción de la tubería como una función de x. A partir de consideraciones prácticas, ¿cuál es el dominio de la función C?

3) Un rectángulo está limitado por el eje x y el semicírculo $y = \sqrt{25 - x^2}$. Escribe el área del rectángulo como una función de x, y determina el dominio de la función.



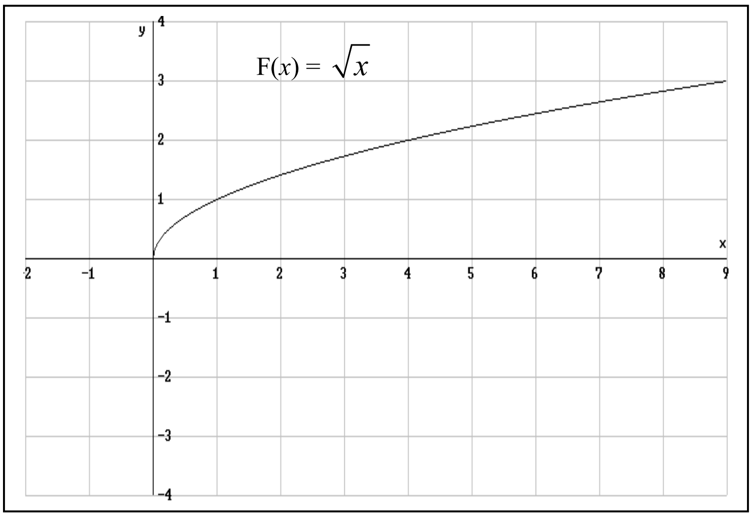


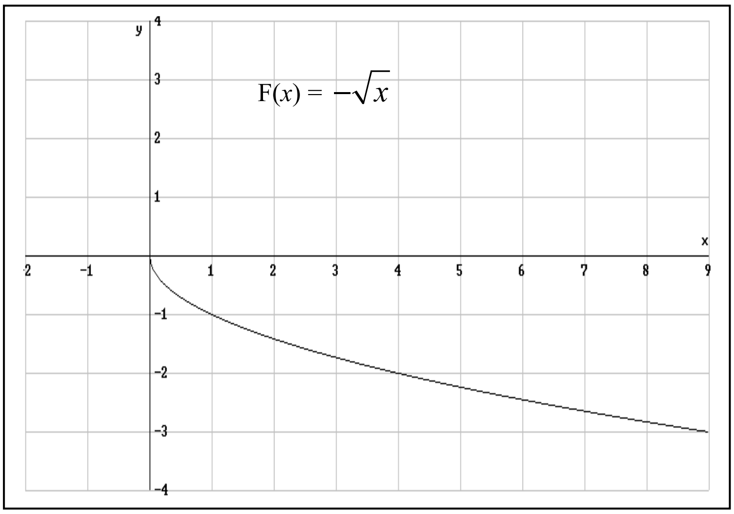
4) Expresa la distancia, d, del punto (2, 5) al punto (x, y) de la recta $3x + y = 6$, en función de x.

2.5 FUNCIONES CON RADICALES: Raíz cuadrada.

En el curso anterior vimos lo que representa en el plano la ecuación $y^2 = x$, que es una parábola horizontal, ahora la analizaremos desde el punto de vista de una función, si despejamos a y en términos de x nos queda y = $\pm\sqrt{x}$, la cuál para cada valor de x hay dos valores de y, uno positivo y el otro negativo, así que para que cumpla con la definición de función la tenemos que separar en dos partes, por un lado la parte positiva y por otro la parte negativa, por lo que tenemos dos funciones con radicales, una F(x) = $\sqrt{x}$ y otra F(x) = $-\sqrt{x}$.

Como recordaras dentro de la raíz cuadrada no podemos tener números negativos, ya que de estos la raíz cuadrada no es un número real, entonces el **dominio de las dos funciones anteriores son los números mayores o iguales que 0, x ≥ 0** y lo que cambia es su rango, ya que para la positiva son todos los valores de y ≥ 0 y para la negativa son los valores de y ≤ 0. Si evaluamos para los valores de x ≥ 0 las gráficas que resultan son las siguientes (evalúa en algunos puntos y localízalos sobre la gráfica). La del signo negativo fuera del radical, es la positiva invertida sobre el eje x.





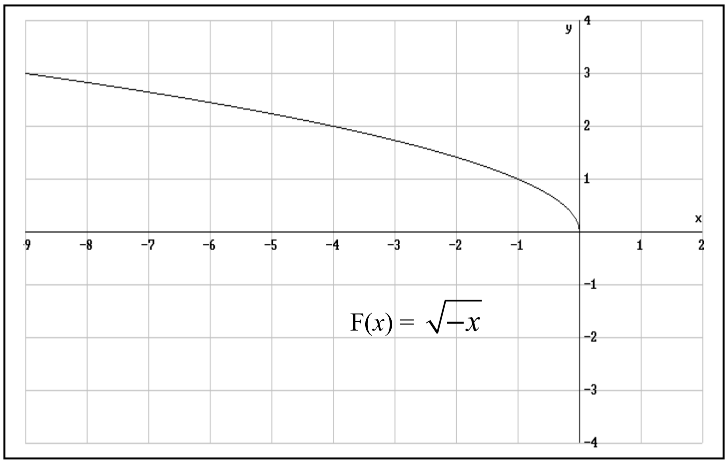
Ahora ya podemos analizar que les pasa cuando le agregamos o le quitamos una cantidad o si le cambiamos de signo a x, como lo hemos hecho con las funciones anteriores.

2.5 Estudio analítico y gráfico del dominio y el rango de una función con radical.

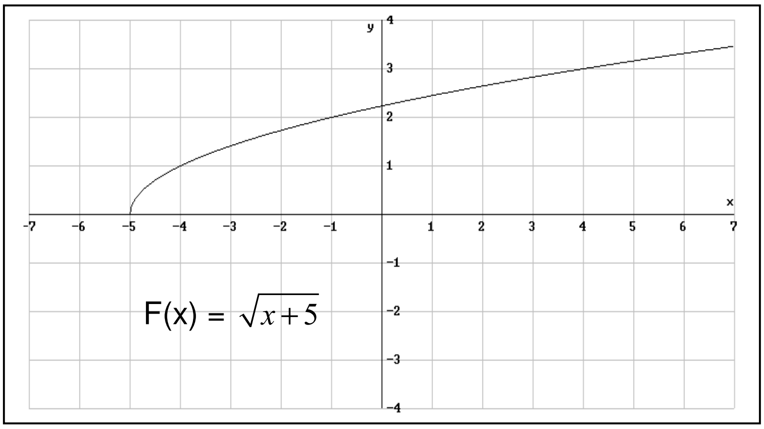
Funciones del tipo $f(x)=\sqrt{ax+b}$

Ejemplo 1) Dada la función F(x) = $\sqrt{-x}$, encontrar su dominio, su rango y trazar su gráfica.

Solución: Como le cambiamos el signo a x, lo que va a cambiar es el dominio, ya que ahora para tener un número positivo dentro de la raíz, x debe tomar valores menores o iguales a 0, así que el dominio es: D = ________________________ ahora el rango no va a cambiar porque el signo del radical sigue siendo positivo, Rango = _______________________________
Evalúa en algunos valores negativos de x, localízalos sobre la gráfica. Ahora la gráfica se invirtió sobre el eje _______.



Ejemplo 2) Encuentra el dominio y el rango de la función $F(x) = \sqrt{x+5}$ y traza su gráfica.
Solución: Buscamos donde la función que se encuentra dentro del radical se vuelve 0 (encontramos las raíces), así que $x+5 = 0$, si $x = -5$ y ahora hay que decidir hacia que lado de –5 podemos evaluar la raíz, si x=-6, -6+5=-1, esto quiere decir que no nos podemos ir hacia la izquierda de –5, hay que irnos a la derecha, por lo que el dominio es: D = _______________________________; como el signo del radical es positivo, el rango es: Rango = _______________________________.
Evalúa la función en algunos valores permitidos de x y localízalos sobre la gráfica:



Como puedes observar sucedió lo mismo que en las funciones anteriores, como le sumamos 5 a x, se recorrió hacia la izquierda 5 unidades, si le restamos una cantidad se recorrería hacia la ________________.

Ejercicios) Encuentra el dominio y el rango de cada una de las funciones y sin tabular haz un bosquejo de su gráfica basándote en la original.

1) F(x) = $-\sqrt{x+3}$ 2) F(x) = $\sqrt{x-3}$ 3) F(x) = $\sqrt{x-2}$ + 4

3) F(x) = $\sqrt{4-x}$ 4) F(x) = $-\sqrt{x+3}$ 6) F(x) = $\sqrt{5x-7}$

7) F(x) = $\sqrt{4-2x}$ 8) F(x) = $-\sqrt{6-x}-2$ 9) F(x) = $\sqrt{2x+7}-3$

Funciones de la forma $f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}$

Ejemplo 1) Encuentra el dominio y el rango de la función, F(x) = $\sqrt{x^2+5x-14}$ y traza su gráfica.

Solución: Ahora dentro del radical tenemos una función cuadrática y como ya sabemos esta nos representa una parábola que abre hacia arriba, y como dentro del radical no puedo tener números negativos, la parte que nos sirve es donde se hace positiva la parábola, por lo que necesitamos encontrar las raíces de esta ecuación: $x^2 + 5x - 14 = 0$, podemos factorizar (dos números que multiplicados den –14 y sumados den 5), también puedes usar la fórmula general.

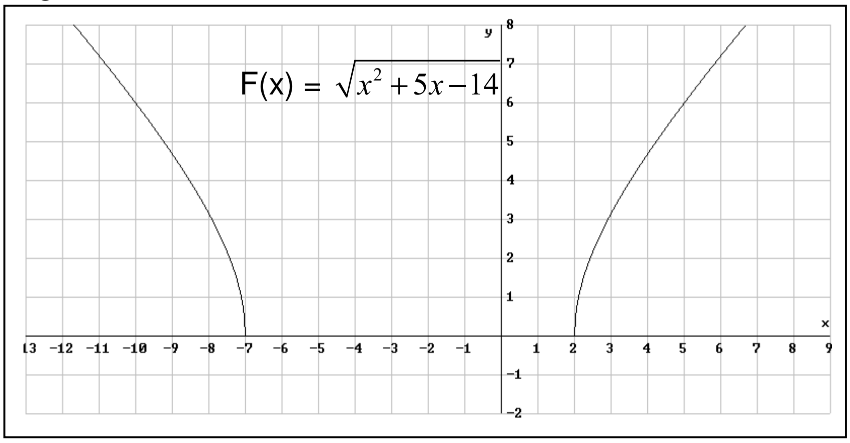
$$(x + 7)(x - 2)= 0$$

las raíces son x = -7 y x = 2

la parábola cruza el eje x en -7 y 2, por lo tanto, si abre hacia arriba los valores de x que nos sirven son los extremos: $x \le -7$ junto con las $x \ge 2$, esto lo podemos escribir como la unión de dos intervalos (-∞ , -7] U [2 , ∞) que nos determinan el dominio.

En cuanto el rango, como no le cambiamos el signo al radical, sigue siendo Rango = ___________________________

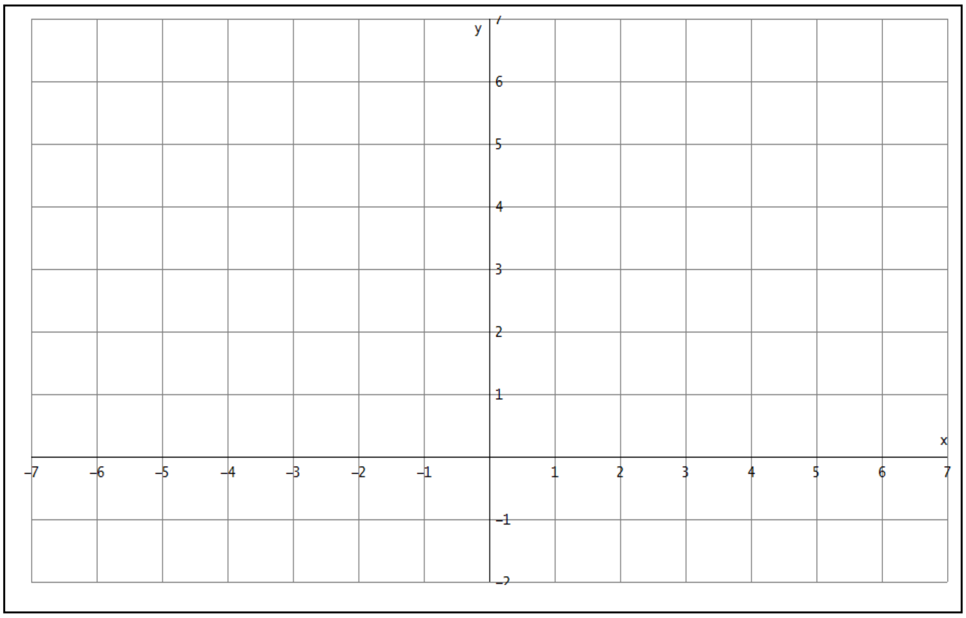
Evalúa a F en algunos valores de x, en las dos regiones y localiza los puntos sobre la gráfica.



Hay varios casos que se tienen que analizar, por ejemplo si x^2 tiene signo negativo como será la gráfica y como queda el dominio, también podría suceder que no representara nada en el plano. Ahora si le cambiamos de signo al radical, simplemente se invierte sobre el eje x, algunos de estos casos los seguiremos analizando.

Ejemplo 2) Encuentra el dominio y el rango de la función, $G(x)=\sqrt{25-x^2}$ y traza su gráfica.
Solución.-
La función que se encuentra dentro del radical es una parábola que abre hacia _______________, y sube _________ unidades, intercepta al eje x en ______ y _____
$25 - x^2 = 0$,

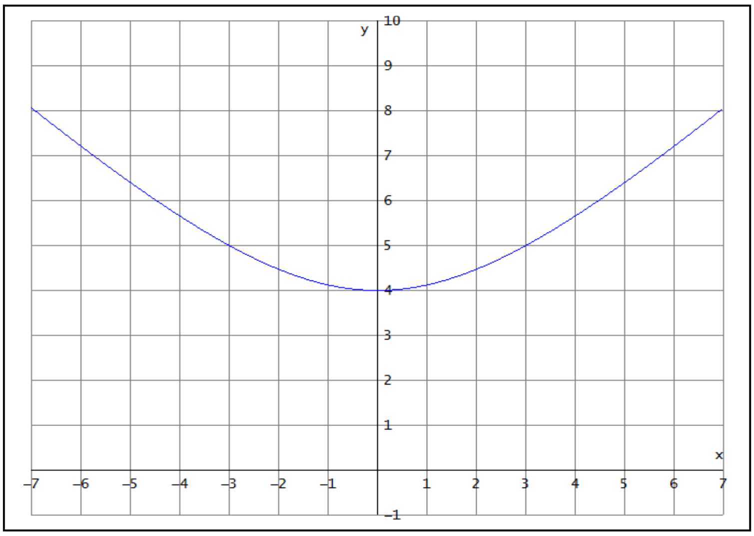
Los valores de esta función a los que les podemos sacar raíz cuadrada son los que se encuentran sobre el eje x o sea cuando x va desde -5 hasta ______, por lo que el dominio es: D = ___________________________
Evalúa la función G en algunos puntos desde -5 hasta 5 y localízalos sobre el siguiente plano



Esta gráfica corresponde a la mitad de una semicircunferencia ($x^2 + y^2 = 25$) de radio 5, el rango es: Rango = _________________________.
Si fuera del radical le colocamos un signo menos, la gráfica va a ser la parte de _________________ de la circunferencia con centro en el origen y radio 5.

Ejemplo 3) Encuentra el dominio y el rango de la función $f(x)=\sqrt{x^2+16}$ y traza su gráfica.
Solución.-

La expresión dentro del radical representa una ______________ que abre hacia ______________ y sube ________ unidades, esta por arriba del eje x así que para cualquier valor que le demos a x siempre tenemos un valor positivo dentro de la raíz, por lo que el dominio es: D = _____________________Evalúa en algunos puntos y márcalos sobre la gráfica



El rango es: Rango= ________________________________
Intercepta al eje y en _________, la gráfica es simétrica con respecto al eje ________, así que con sólo evaluar en x positivas tenemos el valor de la función en las correspondientes x negativas.

Ejemplo 4) Encuentra el dominio y el rango de la función $g(x) = -\sqrt{-2x^2+4x+30}$ y traza su gráfica.

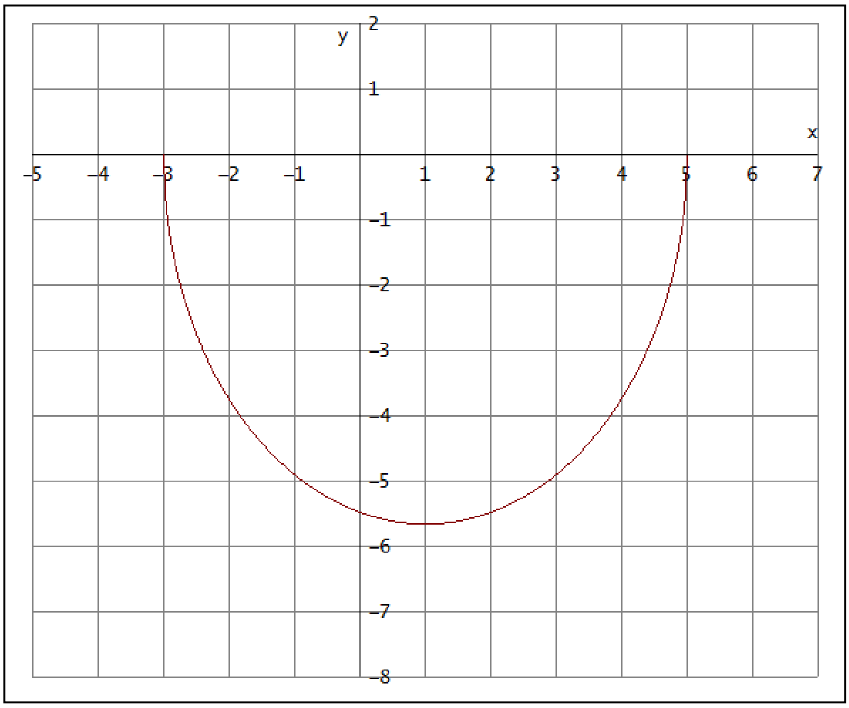
Solución:

La función dentro del radical es una parábola que abre hacia __________, por lo que le podemos sacar raíz cuadrada solo a la parte que se encuentra sobre el eje x, igualando a cero para tener los puntos donde cruza al eje x tenemos:

$-2x^2 + 4x + 30 = 0$ x_1 = _______ y x_2 = _______

Así que podemos evaluar la función g desde ___-3___ hasta _______, por lo que el dominio es: D = ______________________________

Evalúa en algunos puntos dentro de este intervalo y márcalos sobre la gráfica



La gráfica ahora es la mitad de una elipse vertical y es la parte de abajo porque fuera del radical esta un signo menos, es simétrica con respecto a la recta de ecuación: ____________, el mínimo lo podemos obtener evaluando en x = ______, o sea g(1) = _________.
El rango de la función g es: Rango = _________________________________
Intercepta al eje y en _____________
Es necesario que anotes todas las observaciones, que van saliendo, ya que debes ser capaz de hacer un bosquejo de la gráfica, sin necesidad de tabular, porque sería muy tedioso y tardado.

Ejercicios) Encuentra el dominio y el rango de cada una de las funciones y traza un bosquejo de la gráfica.

1) F(x) = $\sqrt{x^2}$ 2) F(x) = $\sqrt{x^2+2}$ 3) F(x) = $\sqrt{x^2-2}$

4) F(x) = $\sqrt{2-x^2}$ 5) F(x) = $\sqrt{x^2+7x-6}$ 6) F(x) = $\sqrt{15-2x-x^2}$

7) F(x) = $-\sqrt{-x^2+8x-15}$ 8) F(x) = $-\sqrt{x^2+9x+20}$ 9) F(x) = $\sqrt{-x^2+5x-4}$

10) F(x) = $-\sqrt{x^2-4}$ + 4 11) F(x) = $-\sqrt{x^2+6x}$ 12) F(x) = $-\sqrt{9-x^2}$ +5

2.6 Resolución de problemas susceptibles de modelarse a través de funciones racionales o con radicales.

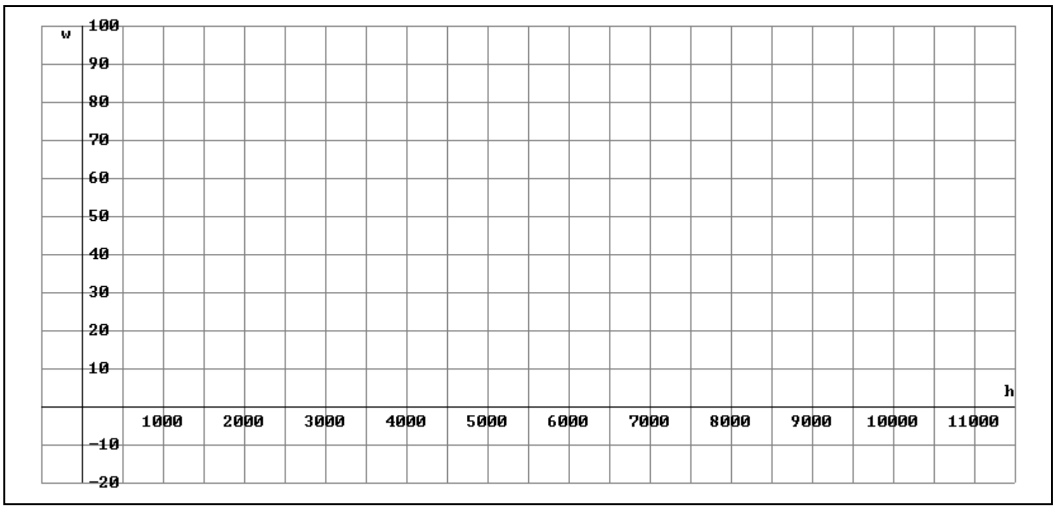
Ejemplo 1) El peso w de un objeto a una altura h sobre la superficie de la Tierra esta dado por $w=\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 w_0$, donde w_0 es el peso del objeto al nivel del mar y R = 6 400 km es el radio de la Tierra. Suponga que el peso de un objeto al nivel del mar es de 80 N. Con una escala apropiada traza la gráfica del peso del objeto en función de su altura.

Solución.-

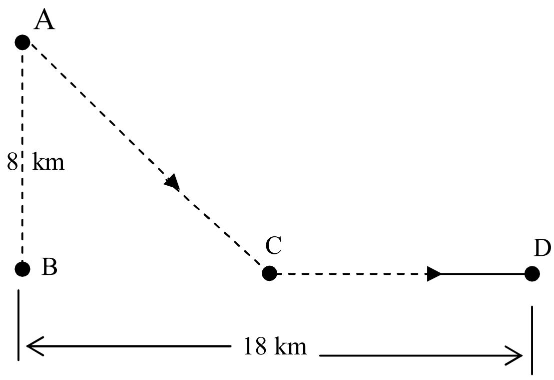
- Sustituyendo los valores de R y w_0 tenemos que $w=\left(\frac{6400}{6400+h}\right)^2 80$

- La gráfica de esta función es de la forma __________

- Como a h le sumamos __________ se recorre sobre el eje ____a la ________________
- Como en el denominador hay un factor de $(6400)^2$(   ) = ____________
  Se alarga ________________
- La asíntota horizontal es el eje x cuya ecuación es _____________
- La ecuación de la asíntota vertical es: _____________________
- Qué valores nos interesan de h ______________________
- ¿Cuál es el dominio de esta función de acuerdo a las condiciones del problema ___________________________
- El rango de la función es: _______________________
- Traza la gráfica del peso en función de la altura sobre el siguiente plano evaluando en algunos puntos



Ejemplo 2) Un pájaro se libera del punto A en una isla, a 8 km del punto más cercano B de una costa recta. El ave vuela al punto C de la costa y después a lo largo de la misma hasta la zona de anidación D. Suponga que el animal necesita 10 kcal/km de energía para volar sobre la tierra y 14 kcal/km para hacerlo sobre el agua. Si instintivamente el pájaro escoge una trayectoria que minimice su consumo de energía, ¿a qué punto volará?



Solución.-
Hay dos trayectorias una sobre el agua y otra sobre tierra

- Para la trayectoria sobre el agua usamos el __________________
- Sea x la distancia en kilómetros desde B hasta C, (márcala en la figura), así que la distancia recorrida sobre el agua es: _______________

- La distancia recorrida en tierra es ____________________

La energía consumida es igual a (la energía por km) por (los kilómetros de vuelo)

- La energía consumida sobre el agua es: _________________________

La energía consumida en tierra es : _____________________________

La energía total = ____

Así que E_{Total} =(14 kcal/km)( ) + 10 kcal/km( )

La energía en función de los kilómetros recorridos es

$$E(x) = 14\sqrt{x^2 + 64} + 10(18 - x)$$

Si el pájaro vuela hasta el punto B entonces x es cero y la energía es de 250 kcal. Veamos que pasa conforme crece x hasta que todo el recorrido lo hace sobre el agua (x = 18 km)
Completa la siguiente tabla.

x (km)	$E(x)$ (kcal)
0	250
1	
2	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
12	
14	
16	
18	

Que observaste en la tabla ______________
____

Donde consideras que sea el valor mínimo que toma E ___________________

Aproxima este valor hasta centésimas

Ejercicios

1) Una compañía produce componentes electrónicos para televisores. Según sus registros un nuevo empleado puede ensamblar en promedio N(t) componentes por día, después de t días de capacitación, N está dada por $N(t) = \frac{50t}{t+4}$, t ≥ 0.

Traza la gráfica de N, incluyendo cualquier asíntota vertical u horizontal. ¿A qué valor tiende N conforme t $\rightarrow$ ∞?

2) La concentración c(t) de cierto fármaco en la sangre, t horas después de ser inyectado viene dada por $c(t) = \frac{25t}{(t+1)^2}$. Da el dominio de la función y traza su gráfica.

3) En una clase de psicología se realizó un experimento sobre capacidad de retención. Durante 20 días se le pidió a cada estudiante memorizar una lista diferente cada día de 40 caracteres especiales. Al terminar el día debían regresar la lista, y anotar en cada día sucesivo del periodo que duro la prueba una lista con tantos símbolos como pudieran recordar. Al final se sacaron promedios y se encontró que una buena aproximación del promedio del número de símbolos, N(t), retenidos después de t días está dado por:

$$N(t) = \frac{5t+30}{t} \qquad t \geq 1$$

Traza la gráfica de N, incluyendo las asíntotas. ¿A que valor tiende N conforme $t \to \infty$?

4) La comisión de Parques y Fauna introduce 80 000 peces en un gran lago artificial. El crecimiento de la población de peces, en miles, está dado por:

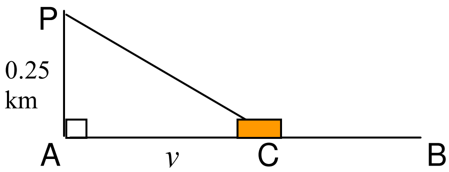
$$N = \frac{20(4+3t)}{1+0.05t}, \quad 0 \le t$$

en donde t es el tiempo en años.

a)Halla la población cuando t sea 5, 10 y 25 años.

b) ¿Cuál es el número límite de peces en el lago al aumentar el tiempo?

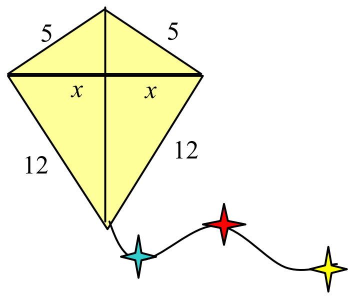
5) Un automóvil viaja de A hacia B a una velocidad media de 45 km/h. Expresa la distancia, d = PC, en función de y, y a y en función del tiempo, t. (P representa una patrulla de control). Calcula d cuando t = 3 minutos, suponiendo que t = 0 en el punto A.

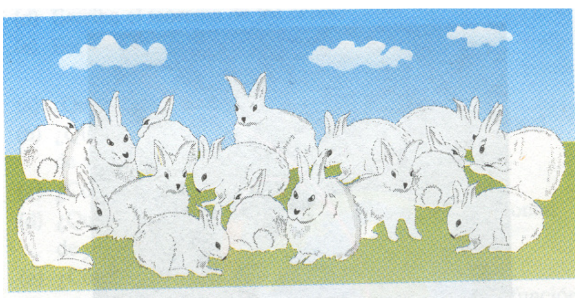


6) Un armazón de papalote debe fabricarse partiendo de 6 trozos de madera. Las 4 piezas que forman el borde del papalote se han cortado a las longitudes indicadas en la figura (pulgadas).

a) Encuentra el área del papalote como función de x

b) ¿De que longitud deben ser los travesaños para maximizar el área del papalote?





7) La población de conejos de la granja del señor Pérez se comporta de acuerdo con la fórmula $p(t) = \frac{3000t}{t+1}$ donde $t \ge 0$ es el tiempo (en meses) desde el principio del año.

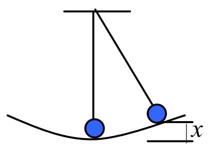
a) Traza la gráfica de la población de conejos.

b) ¿Qué pasa finalmente con la población de conejos?

8) La velocidad (en metros por segundo) de una pelota oscilando en el extremo de un péndulo está dada por $v = 4.5\sqrt{2 - x}$, donde x es el desplazamiento vertical (en centímetros) de la pelota desde su posición de reposo.

a) Traza la gráfica de v para $0 \leq x \leq 2$.

b) Describe la relación entre esta gráfica y el comportamiento físico de la pelota cuando esta oscilando.



A U TO E V A L U A C I Ó N

Encuentra: dominio, rango y asíntotas de cada función y traza su respectiva gráfica:

1) $m(x) = \frac{1}{3-x} + 4$

2) $k(x) = -\frac{5}{x+2} - 3$

3) $f(x) = -\frac{3}{(x+1)^2}$

4) $h(x) = \frac{2}{x^2 + 2x - 8}$

5) $g(x) = -\sqrt{6-2x}$

6) $p(x) = \sqrt{5x - x^2}$

7) $F(x) = \sqrt{x+4} - 3$

8) $Q(x) = -\sqrt{x^2 - 4x + 9}$

9) Determina la asíntota inclinada, la asíntota vertical, los ceros de la función y traza la gráfica de $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 8}{x}$

10) Después de inyectar cierto medicamento en un paciente, se supervisa la concentración c de la droga en la sangre. En el momento t ≥ 0 (en minutos desde el momento de la inyección), la concentración en mg/l está dada por

$$c(t) = \frac{30t}{t^2 + 2}$$

a) Traza la gráfica de la concentración de la medicina.
b) ¿Qué ocurre finalmente con la concentración de la medicina en la sangre?