2.1 Situaciones que dan lugar a funciones racionales

Ejemplo 1) Suponiendo que el tiempo que la fruta requiere para madurar es inversamente proporcional a la temperatura Fahrenheit y que a 76 °F es de 24 días. ¿Qué tiempo se requerirá cuando la temperatura sea de 80 °F.

Solución.-

Primero tenemos que escribir la relación que hay entre el tiempo de maduración de la fruta y la temperatura o sea t (tiempo) en función de T (temperatura). En tu curso de matemáticas 1 aprendiste lo relacionado a variación directa y cuando se te decía "y varia directamente con x" o "y es directamente proporcional a x" lo relacionabas con la ecuación y = kx, donde k es la constante de proporcionalidad. Ahora el problema menciona **"inversamente proporcional"** y la ecuación que le asignaremos será, $y = \frac{k}{x}$, **"y es inversamente proporcional a x"** y ***k*** sigue siendo la **constante de proporcionalidad.**

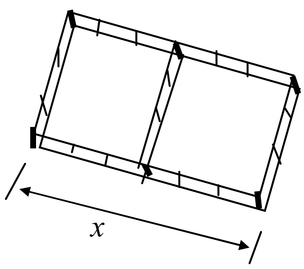
- Como t es inversamente proporcional a T, tenemos la ecuación: ____________
- De acuerdo a las condiciones que se nos dan, T = _______ y t = __________,

  Sustituyendo en $t = \frac{k}{T}$,

  Despejando k k =
- El tiempo de maduración de la fruta en función de la temperatura lo podemos expresar como: $t(T) = \frac{1824}{T}$ y esta es una función racional
- El tiempo de maduración de la fruta cuando la temperatura aumenta a 80 °F es:

____

Ejemplo 2) Se va a cercar un pedazo rectangular de tierra de forraje y se va a dividir en dos porciones iguales por medio de un cercado adicional paralelo a dos lados. La porción de tierra tiene 4 000 m^2. Expresa la cantidad de cercado F en términos de la longitud x mostrada en la figura.



Solución.-

- El área de todo el pedazo cercado es de: __________
- El área del rectángulo en términos de x es:
  A = (ancho) (largo) = ( )( )
- Sustituyendo el valor del área y despejando al ancho, a, tenemos
  a =
- El total de cerca es el perímetro del rectángulo más la cerca central, así que
  F = 2 veces el largo + 3 veces el ancho
  F = ( ) + ( )

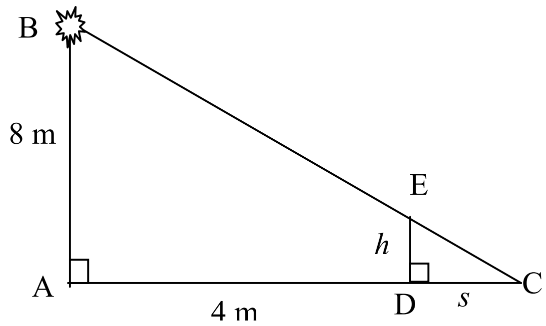
- Sustituyendo el ancho en términos de x

$$F = 2x + \frac{3(400)}{x}$$

Realizando las operaciones necesarias llegamos a que la cantidad de cercado F en función de x es:

$$F(x) = \frac{\qquad\qquad}{x}$$

Ejemplo 3) En la siguiente figura s es la longitud de la sombra que proyecta una persona de h metros de altura parada a 4 metros de una fuente luminosa a 8 metros sobre el nivel del piso. Expresa a h en función de s.



Solución.-

De acuerdo a la figura tenemos dos triángulos así que

- El triángulo ABC es semejante al triángulo ______________, ¿por qué? ____
- Los lados correspondientes de triángulos semejantes son _________________

  Entonces: $$\frac{DE}{\quad} = \frac{\quad}{AC}$$

- Sustituyendo los valores de acuerdo a la figura tenemos

$$\frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{AC}$$

- Pero el segmento AC se puede escribir como la suma de AD + DC, o como AC = 4 + s y llegamos a la expresión

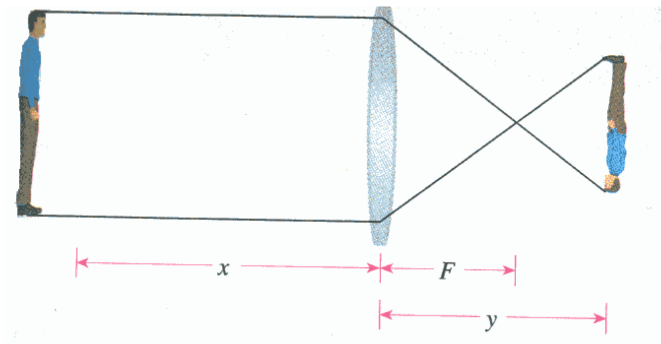
$$\frac{h}{8} = \frac{s}{s+4}$$

- Despejando a la altura h, $$h = \frac{8s}{s+4}$$

En notación funcional $$h(s) = \frac{8s}{s+4}$$

Ejercicios

1) Una lata cilíndrica de altura h y radio r, tiene 50 cm^3 de volumen. Expresa su altura en función del radio.
2) Un rectángulo tiene un área de 16 m^2. Expresa el perímetro P del rectángulo como una función de la longitud x de uno de sus lados.
3) Una caja rectangular abierta con un volumen de 4 m^3 tiene una base cuadrada. Expresa el área de la superficie A de la caja como una función de la longitud x de un lado de la base.
4) Una fotocopiadora tiene un precio inicial de $2 500. Un contrato por servicio y mantenimiento cuesta $ 200 el primer año y aumenta $ 50 por cada año subsecuente. Encuentra el costo total de la fotocopiadora después de n años y expresa al costo promedio por año, $\overline{C}(n)$, en función del número de años.
5) Para que una cámara con una lente de longitud focal fija F enfoque sobre un objeto que está a una distancia x de la lente, la película debe estar colocada a una distancia y por detrás de la lente, donde F, x y y se relacionan de la siguiente forma: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{F}$



Suponga que la cámara tiene una lente de 55 mm (F = 55).

a) Expresa a y como una función de x.
b) ¿Qué le ocurre a la distancia de enfoque y conforme el objeto se aleja de la lente?
c) ¿Qué le ocurre a la distancia de enfoque y conforme el objeto se acerca a la lente?